

我是8位的

I am 8 bits, what about you?

导航

博客园

首页

新随笔

联系

订阅 

管理

2022年3月						
日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

公告

你的支持是我的动力

欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称：我是8位的

园龄：4年7个月

粉丝：288

关注：5

+加关注

盖楼抽奖

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

分享最打动你的科技女性故事

活动时间：2022年3月8日-3月18日

马上参与

搜索

 找找看
 谷歌搜索

常用链接

我的随笔

我的评论

我的参与

最新评论

我的标签

积分与排名

积分 - 457097

排名 - 1198

线性代数笔记1——矩阵的基本运算

简单来说，矩阵是充满数字的表格。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

A和**B**是两个典型的矩阵，**A**有2行2列，是 2×2 矩阵；**B**有2行3列，是 2×3 矩阵；**A**中的元素可用小写字母加行列下标表示，如 $a_{1,2} = 2$, $a_{2,2} = 4$

矩阵加减法

两个矩阵相加或相减，需要满足两个矩阵的列数和行数一致。

加法交换律： $A + B = B + A$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 3 + (-7) & -1 + 2 \\ 2 + 3 & 0 + 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 3 - (-7) & -1 - 2 \\ 2 - 3 & 0 - 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

矩阵乘法

两个矩阵**A**和**B**相乘，需要满足**A**的列数等于**B**的行数。

$$1. A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ 12 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 \times 10 + (-3) \times 12 & 1 \times (-8) + (-3) \times (-2) \\ 7 \times 10 + 5 \times 12 & 7 \times (-8) + 5 \times (-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -26 & -2 \\ 130 & -66 \end{bmatrix}$$

$$2. A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 5 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 3 \times (-1) + 1 \times 0 + 2 \times 2 & 3 \times 3 + 1 \times 5 + 2 \times 5 \\ -2 \times (-1) + 0 \times 0 + 5 \times 2 & -2 \times 3 + 0 \times 5 + 5 \times 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 24 \\ 12 & 19 \end{bmatrix}$$

$$B \times A = \begin{bmatrix} -1 \times 3 + 3 \times (-2) & -1 \times 1 + 3 \times 0 & -1 \times 2 + 3 \times 5 \\ 0 \times 3 + 5 \times (-2) & 0 \times 1 + 5 \times 0 & 0 \times 2 + 5 \times 5 \\ 2 \times 3 + 5 \times (-2) & 2 \times 1 + 5 \times 0 & 2 \times 2 + 5 \times 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -1 & 13 \\ -10 & 0 & 25 \\ -4 & 2 & 29 \end{bmatrix}$$

矩阵乘法很容易出错，尤其是两个高阶矩阵相乘时。

矩阵乘法不满足交换律，但仍然满足结合律和分配律：

$$(AB)C = A(BC)$$

$$(A + B)C = AC + BC, \quad A(B + C) = AB + AC$$

$$\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B) \quad \lambda \in R$$

单位矩阵

随笔分类 (211)

- ★★资源下载★★(1)
- Java并发编程(1)
- 程序员的数学(24)
- 单变量微积分(31)
- 多变量微积分(24)
- 概率(24)
- 机器学习(27)
- 软件设计(1)
- 数据分析(6)
- 数据结构与算法(27)
- 随笔(5)
- 线性代数(34)
- 项目管理(2)
- 转载(4)

随笔档案 (205)

- 2021年2月(1)
- 2020年3月(2)
- 2020年2月(6)
- 2020年1月(4)
- 2019年12月(7)
- 2019年11月(15)
- 2019年9月(3)
- 2019年8月(6)
- 2019年7月(1)
- 2019年6月(8)
- 2019年5月(3)
- 2019年4月(5)
- 2019年3月(7)
- 2019年2月(3)
- 2019年1月(7)
- 更多

阅读排行榜

- 1. 使用Apriori进行关联分析 (一) (29768)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (28772)
- 3. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(24430)
- 4. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(23099)
- 5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

评论排行榜

- 1. 隐马尔可夫模型 (一) (8)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (7)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(5)
- 5. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(4)

推荐排行榜

- 1. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(7)
- 2. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (6)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (二)——发现频繁项集(5)
- 5. 隐马尔可夫模型 (一) (5)

最新评论

- 1. Re:线性代数笔记3——向量2 (点积)
如果点积小于0，即夹角小于90°，这个写错了吧。应该是夹角大于90°
--猫猫猫猫大人

单位矩阵是一个n×n矩阵，从左到右的对角线上的元素是1，其余元素都为0。下面是三个单位矩阵：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

如果A是n×n矩阵，I是单位矩阵，则AI= A, IA = A

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times a + 0 \times c & 1 \times b + 0 \times d \\ 0 \times a + 1 \times c & 0 \times b + 1 \times d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \times 1 + c \times 0 & b \times 1 + d \times 0 \\ a \times 0 + c \times 1 & b \times 0 + d \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

单位矩阵在矩阵乘法中的作用相当于数字1。

逆矩阵

矩阵A的逆矩阵记作A⁻¹，A A⁻¹=A⁻¹A= I，I是单位矩阵。

1. A = $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 的逆矩阵

|A| = ad - bc, |A|是A的二阶行列式

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

2. B = $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ 的逆矩阵

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3 \times (-5) - (-4) \times 2} \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{7} \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/7 & -4/7 \\ 2/7 & -3/7 \end{bmatrix}$$

对高于2阶的矩阵求逆是一件很崩溃的事情，下面是一种求3阶矩阵的方法：

例

设A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ，求A⁻¹。

解：(A|E) = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[r_3 - r_1]{r_2 + r_1, r_3 - r_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\xrightarrow[r_2 - 2r_3]{r_1 - 2r_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{3}r_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\xrightarrow{r_1 - r_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

这种操作还是交给计算机去做吧，下面是在python中使用numpy计算逆矩阵的代码：

```
>>> import numpy as np
>>> a = np.matrix([[1,1,2],[-1,2,0],[1,1,3]])
>>> a1 = a ** -1
>>> print(a1)
[[ 2.          -0.33333333 -1.33333333]
 [ 1.          0.33333333 -0.66666667]
 [-1.          0.          1.          ]]
>>> np.around(a * a1, 2)
array([[ 1.,  0.,  0.],
       [ 0.,  1.,  0.],
       [ 0.,  0.,  1.]])
```

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵

--wiki3D

3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos) 很nice

--尹保棕

4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At)

有些图片挂了呢

--ccchendada

5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程

提个issue，最速降线中

$v = \{2gh\}^{1/2}$ 与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系

--trustInU

《线性代数笔记5——平面方程与矩阵》中也介绍了如何用消元法求逆矩阵。

奇异矩阵 没有逆，但也可以通过行列式进行

当一个矩阵没有逆矩阵的时候，称该矩阵为奇异矩阵。当且仅当一个矩阵的行列式为零时，该矩阵是奇异矩阵。

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

当 $ad-bc=0$ 时 $|A|$ 没有定义， A^{-1} 不存在， A 是奇异矩阵。

如 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ 是奇异矩阵。

矩阵的转置

简单地说，矩阵的转置就是行列互换，用 A^T 表示 A 的转置矩阵。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

转置运算公式：

$$(A^T)^T = A$$

$$(AB)^T = B^T A^T \quad (\text{很容易推导出来})$$

$$(A+B)^T = A^T + B^T$$

对称矩阵 $A=A^T$

如果一个矩阵转置后等于原矩阵，那么这个矩阵称为对称矩阵。由定义可知，对称矩阵一定是方阵。对称矩阵很常见，实际上，一个矩阵转置和这个矩阵的乘积就是一个对称矩阵：

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 22 & 29 & 36 \\ 27 & 36 & 45 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 22 & 29 & 36 \\ 27 & 36 & 45 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 22 & 29 & 36 \\ 27 & 36 & 45 \end{bmatrix}$$

证明很简单：

$$\underbrace{(A^T A)^T}_{R^T} = A^T (A^T)^T = \underbrace{A^T A}_R$$

两个对称矩阵相加，仍然得到对称矩阵：

$$\underbrace{(A^T A + B^T B)^T}_{R^T} = (A^T A)^T + (B^T B)^T = \underbrace{A^T A + B^T B}_R$$

出处：微信公众号“我是8位的”

本文以学习、研究和分享为主，如需转载，请联系本人，标明作者和出处，非商业用途！

扫描二维码关注作者公众号“我是8位的”



随笔

分类: [线性代数](#)

标签: [矩阵](#), [逆矩阵](#), [单位矩阵](#)

[好文要顶](#)[关注我](#)[收藏该文](#)



[我是8位的](#)
关注 - 5
粉丝 - 288
[+加关注](#)

1

推荐

0

反对

« 上一篇: [单变量微积分笔记12——常微分方程和分离变量](#)
» 下一篇: [单变量微积分笔记13——定积分](#)

posted on 2017-10-13 21:22 [我是8位的](#) 阅读(21428) 评论(0) [编辑](#) [收藏](#) [举报](#)

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

 登录后才能查看或发表评论，立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) [博客园首页](#)

【推荐】华为 HWD 2022 故事征集，分享最打动你的科技女性故事
【推荐】华为开发者专区，与开发者一起构建万物互联的智能世界

cloud.e-iceblue.cn

JAVA Office
文档在线编辑
APIs

打开

- 编辑推荐:
- 革命性创新，动画杀手锏 @scroll-timeline
 - 戏说领域驱动设计（十二）—— 服务
 - ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]：内存缓存与分布式缓存的使用
 - .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的？
 - 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇

#她的梦想在发光#
HWD科技女性故事有奖征集
活动时间: 2022年3月6日-3月18日



最新新闻：

- 乔布斯的创业搭档：他缺乏工程师才能，不得不锻炼营销能力来弥补
 - 美国大厂码农薪资曝光：年薪18万美元，够养家，不够买海景房
 - 两张照片就能转视频！Google提出FLIM帧插值模型
 - Android 再推“杀手级”功能，可回收 60% 存储空间
 - 溺在理财暴雷潮的投资人：本金63万，月兑25元不够卖菜
- » 更多新闻...

Powered by:

博客园

Copyright © 2022 我是8位的

Powered by .NET 6 on Kubernetes